توسعهٔ یک مدل تحلیلی تغییر مکان کنترل برای رفتار چرخه‌ای سازه‌ها با در نظر گرفتن اثرات باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش★

مهران زینلیان(۱) مهدی مختاری(۲)

چکیده ارزیابی و ارائهٔ مدل‌های تحلیلی مناسب برای بررسی و پیش‌بینی رفتار چرخه‌ای سازه‌ها همواره مورد توجه محققان و طراحان سازه بوده است. در این مقاله یک مدل تحلیلی برای نشان دادن رفتار چرخه‌ای سازه‌ها با در نظر گرفتن اثرات کاهندگی شامل باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش معرفی شده است. این مدل بر مبنای مدل مستقل می‌باشد، به‌طوری‌که اثر لغزش نیز مورد توجه قرار گرفته است. این مدل براساس یک سیستم تک‌درجه آزادی، چنددرجه آزادی-چندخطی و نیز توسعهٔ معادلات دیفرانسیل مشتقات جزئی مرتبط بیان می‌شود. مدل پیشنهادی مشخصات اصلی سیکل‌های چرخه‌ای را با استفاده از پارامترهای قابل اندازه‌گیری سازه از طریق آزمایش، نشان می‌دهد. از آن‌جا که معمولاً آزمایش‌های رفتار لرزه‌ای صورت‌گرفته بر روی قاب‌های سازه‌ای توسط محققان، به‌صورت تغییر مکان-کنترل می باشند، لذا برای تطبیق مناسب نتایج تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی، مدل ارائه‌شده به‌صورت تغییر مکان-کنترل نیز توسعه داده شده است. این مدل برای ترکیبات سازه‌ای مختلف با انواع مصالح مختلف از جمله فولاد، بتن و... استفاده می‌گردد. رژیم بارگذاری چرخه‌ای اعمال شده به مدل براساس روش B استاندارد ASTM E2126-07 می‌باشد. به‌منظور بهتر نشان دادن عوامل کاهندگی بر رفتار چرخه‌ای سازه و ارزیابی عملکرد مدل ارائه‌شده، مثال‌های متعددی از یک سیستم سازه‌ای ارائه گردیده است. نتایج حاصل، نشان‌دهندهٔ اثر قابل ملاحظهٔ هر یک از اثرات کاهندگی بر پاسخ چرخه‌ای انواع سیستم‌های سازه‌ای می‌باشد. هم‌چنین نشان داده شده مدل اصلاح‌شدهٔ تغییر مکان کنترل، تطبیق بهتری با نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی دارد.

واژه‌های کلیدی رفتار چرخه‌ای، مدل تحلیلی، تغییر مکان-کنترل، باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت، لغزش.

Displacement Control Based Analytical Description of Pinching, Sliding, Degrading Hysteretic System

M. Zeynalian M. Mokhtari

Abstract *In this paper, an analytical model is introduced to show the cyclic behavior of the structures, considering degradation phenomena including pinching, stiffness degradation, strength deterioration and sliding effects. This model is based on well-known Mostaghel's model though some essential modifications as well as sliding effect are also taken into account. This model is developed based on a simple single degree of freedom and multi-degree of freedom multi-linear mechanical systems and developing of partial differential equations. The proposed model includes basic characteristics of the hysteresis cycles that can be easily measured through the experimental tests. It is notable that usually the experiments conducted on the structural members are displacement-control based. Hence, in order to properly implement the analytical model with the experimental results, the proposed model has been developed according to displacement-control. The cyclic loading regime applied to this model is based on standard ASTM E2126-07 method B. In order to demonstrate the degrading phenomena of the hysteresis behavior of the structures, several examples of a structural system are presented to show that the proposed analytical model can provide realistic descriptions of the structural hysteretic performances.*

Key Words Hysteretic Behavior, Analytical Model, Displacement-Control, Pinching, Stiffness Degradation, Strength Deterioration, Sliding.

★ تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۵/٤ و تاریخ پذیرش آن ۹٤/٤/۱۰ می‌باشد.

(۱) نویسندهٔ مسئول: استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان. m.mokhtari.civil@gmail.com

(۲) دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، گروه مهندسی عمران، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان.

مقدمه

رفتار چرخه‌ای یکی از خواص مهم سیستم‌های سازه‌ای است، که بیانگر نوع عملکرد و میزان استهلاک انرژی سازه به هنگام اعمال بارهای لرزه‌ای به سازه‌ها می‌باشد به‌طوری‌که چرخهٔ حاصل ابتدا وارد ناحیه الاستیک و سپس وارد ناحیهٔ پلاستیک می‌شود. عملکرد غیرخطی رفتار چرخه‌ای به‌طور گسترده در اغلب سیستم‌های سازه‌ای مشهود است. به‌عبارت بهتر، هنگامی که اعضای سازه‌ای تحت اثر بارهای دینامیکی قوی از قبیل زمین‌لرزه، دچار تغییر شکل‌های پلاستیک می‌گردند، رفتار چرخه‌ای ظاهر می‌شود. چنان‌چه رفتار چرخه‌ای به‌صورت خطی فرض شود، از بخش زیادی از ظرفیت سازه برای مستهلک نمودن انرژی وارد به آن، صرف‌نظر خواهد شد. لذا تخمین‌های غیرمحافظه‌کارانه و به‌دنبال آن طراحی‌های غیراقتصادی را در پی خواهد داشت. بنابراین لازم است رفتار چرخه‌ای سازه‌ها به‌صورت واقعی و با درنظر گرفتن بخش غیرخطی آنها در محاسبات مد نظر قرار گیرند. خاطرنشان می‌سازد، عدم درنظر گرفتن عوامل کاهندگی مؤثر بر رفتار چرخه‌ای مانند باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش نیز سبب تخمین‌های نامناسب در امر طراحی می‌گردد، که این موضوع می‌تواند یکی از عوامل مهم در خرابی سازه به‌هنگام زلزله باشد. به‌عبارت دیگر، سازه‌های در معرض عوامل کاهندگی مذکور از جذب و استهلاک انرژی پایین‌تری نسبت به سازه‌های بدون کاهندگی برخوردار هستند.

به‌منظور ارزیابی عملکرد اعضای سازه و کنترل رفتار سیستم سازه‌ای تحت اثر بارهای لرزه‌ای، لازم است رفتار چرخه‌ای سازه مورد بررسی قرار گیرد. رفتار چرخه‌ای یک سیستم سازه‌ای به دو عامل اصلی وابسته است، که عبارتند از:

۱) تغییر خواص اعضا به‌واسطهٔ تسلیم‌شدگی و درنتیجه ایجاد رفتار غیرالاستیک در عضو.

۲) کار حاصل از نیروهای اصطکاکی در اثر لغزش بین اتصالات و هم‌چنین باز و بسته شدن متناوب ترک‌ها.

در موارد کاربردی از قبیل تحلیل‌های لرزه‌ای، پاسخ اجزای سازه تحت اثر بارگذاری‌های متناوب چرخه‌ای و درنظر گرفتن رفتار غیرالاستیک آنها، از اهمیت قابل‌توجهی برخوردار است. زیرا هنگامی‌که اجزا تحت بارگذاری‌های چرخه‌ای قرار می‌گیرند، معمولاً دچار کاهش سختی و کاهش مقاومت می‌گردند.

مدل‌های چرخه‌ای متعددی طی سالیان ۱۹۶۰ تا ۱۹۷۰ برای سازه‌های بتن مسلح ارائه گردید. کلاف و جانستون [1] اولین مدل کاهندگی سختی را ارائه کردند. ایوان [2] رفتار چرخه‌ای را با معرفی مدل توزیع المان به‌صورت عددی بررسی و توسعه داد. باک [3] یک مدل چرخه‌ای ملایم پیشنهاد داد. مدل‌های چرخه‌ای ملایم، اشاره به مدل‌هایی با تغییر پیوستهٔ سختی ناشی از تسلیم‌شدگی و تغییرات شدید رفتار چرخه‌ای مربوط به باربرداری و رفتار کاهندگی دارد. بیبر و نوری و کاسیاتی [5,4] و رینهورن و همکارانش [6]، اصلاحات گسترده‌ای در مدل باک–ون با در نظر گرفتن اثرات کاهندگی اعمال نمودند. براساس مدل‌های مذکور، محققان دیگر نیز مدل‌های متعدد دیگری شامل اثرات کاهندگی ارائه دادند. ماهین و لین [7] مدل دوخطی کاهندگی سختی را معرفی کردند. مستقل [8، 9] مدل چرخه‌ای دیگری براساس ترکیبی از جرم و فنرها ارائه داد. مستقل در ابتدا با استفاده از معادلهٔ دینامیکی سیستم جرم و فنر و هم‌چنین معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی به بررسی اثرات کاهندگی شامل باریک‌شدگی، کاهش سختی و کاهش مقاومت بر روی مدل دوخطی رفتار چرخه‌ای و پاسخ این سیستم به اثرات فوق پرداخت؛ و سپس این مدل را برای رفتار چند خطی و هم‌چنین سیستم‌های چند درجه آزادی دو خطی تعمیم داد. وی در مدل خود دو نوع باریک‌شدگی را مطرح

نمود که عبارت بودند از:

۱) نابرابری مقاومت در دو جهت مخالف بارگذاری و

۲) سخت‌شدگی. سیواسلوان و رینهورن [10،11] براساس مدل‌های اولیهٔ ایوان و مستقل مدل چرخه‌ای ملایمی را با درنظر گرفتن مشخصات باریک‌شدگی، کاهش سختی و کاهش مقاومت توسعه دادند. ایبارا و همکارانش [12] مدلی براساس انرژی چرخه‌ای وابسته به عوامل کاهندگی بیان کردند. لازم به ذکر است، مستقل و سایر محققان اثر لغزش را در مدل خود استفاده نکردند. اما با توجه به اثر قابل‌ملاحظهٔ لغزش بر میزان استهلاک انرژی و عملکرد سازه به هنگام اعمال بارهای لرزه‌ای در برخی از سازه‌ها، مانند سازه‌های سرد نوردشدهٔ فولادی، باید مورد بررسی قرار بگیرد. به این منظور زینلیان و همکاران [13] مدل دوخطی مستقل را با در نظر گرفتن اثر لغزش توسعه دادند. ایشان هم‌چنین با بررسی مدل دو خطی مستقل به این نتیجه رسیدند که، معادلات مطرح شده توسط مستقل برخی شرایط مرزی مربوط به حلقهٔ اولیهٔ چرخه را ارضا نمی‌کنند؛ لذا یک اصلاح اساسی در مدل مستقل اعمال نمودند.

در سال‌های اخیر، اغلب تحقیقات صورت گرفته بر روی رفتارهای چرخه‌ای براساس تحریک‌های دینامیکی خارجی مانند زلزله بر سازه بوده است. از آنجا که عمدهٔ آزمایش‌های انجام‌شده بر روی سازه‌ها به‌صورت تغییر مکان-کنترل می‌باشد، در تحقیق حاضر سعی شده است تا به‌منظور تطبیق بهتر نتایج آزمایشگاهی با نتایج تحلیلی، پاسخ سیستم سازه‌ای براساس تغییر مکان-کنترل ارائه گردد. رژیم بارگذاری مورد استفاده در این تحقیق، به‌صورت تغییر مکان-کنترل و براساس روش B استاندارد ASTM E2126-07 می‌باشد [14]. این استاندارد مبنای بررسی رفتار لرزه‌ای و آزمایش قاب‌های سازه‌ای تحت اثر اعمال تغییر مکان‌های جانبی می‌باشد. جزئیات این روش در ادامه توضیح داده شده است. در پایان، به‌منظور تبیین بهتر مدل تحلیلی توسعه داده‌شده در این پژوهش، با ذکر مثال‌های متعددی از یک سیستم سازه‌ای، عملکرد رفتار چرخه‌ای تحت عوامل کاهندگی مختلف، مورد ارزیابی قرار گرفته است.

خاطرنشان می‌سازد مدل ارائه‌شده در این مقاله، دارای تفاوت‌های اساسی زیر نسبت به مرجع [13] می‌باشد که عبارتند از:

۱) تعمیم اثر لغزش بر رفتار چندخطی سازه‌های تک درجه آزادی.

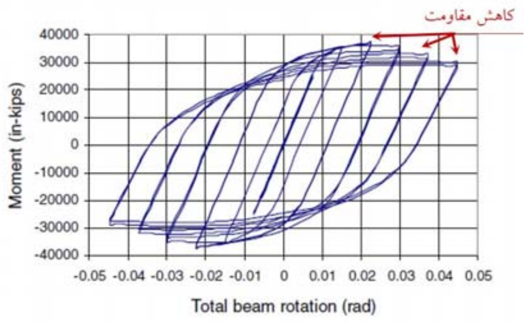
۲) حذف اثر نیروی کنترل و اعمال اثر تغییر مکان کنترل برای شبیه‌سازی کامل نتایج تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی.

عملکرد چرخه‌ای سیستم‌های سازه‌ای

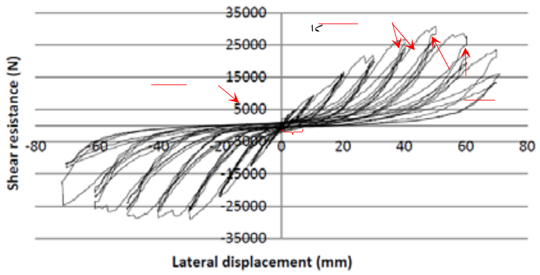
خواص سازه، به‌ویژه رفتار چرخه‌ای آن، نقش تعیین‌کننده‌ای در پایداری سازه در برابر زلزله دارند. اگر مقاومت و سختی یک سازه تحت بارگذاری متناوب در محدودهٔ غیرارتجاعی ثابت بماند، رفتار چرخه‌ای را ثابت می‌خوانند و اگر کاهش یابد آن را کاهنده می‌نامند. هم‌چنین کاهش سختی و مقاومت از پایداری لرزه‌ای کاسته و موجب افزایش جابه‌جایی سازه در زلزله می‌شود. بنابراین، در یک سازه هر قدر خواص چرخه‌ای از ثبات زیادتری برخوردار باشد، درجهٔ ایستایی سازه در برابر زلزله زیادتر است [۱۵].

پژوهشگران طی چند دههٔ گذشته تلاش زیادی برای تبیین خواص چرخه‌ای انواع سازه‌ها نموده‌اند. به‌کمک نتایج این تحقیقات می‌توان رفتار لرزه‌ای سازه را شناسایی و کنترل نمود. در واقع این تحقیقات منجر به شناسایی نقاط ضعف انواع سازه‌ها گردیده است و به‌کمک نتایج آن می‌توان این نقاط ضعف را بر طرف نمود و به حاشیه اطمینان بیشتری دست یافت. بسیاری از ضوابط آیین‌نامه‌های زلزله در زمینهٔ بارگذاری زلزله و نحوهٔ ساخت و اجرای ساختمان‌های آجری، بتنی، فولادی و انواع دیگر سازه‌ها متأثر از نتایج همین تحقیقات می‌باشند [۱۵]. عملکرد غیرخطی چرخه‌ای

یـک سیسـتم سـازه‌ای تحـت بارگـذاری‌هـای متنـاوب دینامیکی، مانند زلزلـه در حـوزهٔ غیرارتجـاعی، یکـی از مشخصـات اصـلی اغلـب سـازه‌هاسـت. شـکل رفتـار چرخه‌ای سازه، متأثر از تغییـر خـواص اعضـا ناشـی از تغییر شکل‌های پلاستیک و یا تغییر شکل سازه به‌واسطهٔ بارهای وارد می‌باشد. پاسخ چرخه‌ای یک سـازه عـلاوه بر تغییر شکل آنی اجزا، به تاریخچهٔ تغییر شـکل اعضـا نیز بستگی دارد؛ به‌طوری‌که، نمایانگر نحوهٔ انرژی تلـف شده می‌باشد. از طرف دیگر، پاسخ چرخـه‌ای بـه نـوع سیسـتم سـازه‌ای نیـز بسـتگی دارد؛ بـه نحـوی‌کـه در سازه‌هایی مانند سـازه‌هـای فـولادی گـرم نوردشـده بـا طراحـی مناسـب (شـکل ۱–الـف) [16]، حلقـه‌هـای چرخه‌ای ثابـت بـاقی مـی‌ماننـد و در سـازه‌هـای سـرد نوردشدهٔ فولادی مطابق شکل (۱–ب) [17]، حلقه‌هـای چرخه‌ای به‌طور هـم‌زمـان در معـرض باریـک‌شـدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش قرار می‌گیرنـد. اثر باریک‌شدگی باعث باریک شدن حلقه‌های چرخه‌ای در وسط نمـودار مـی‌گـردد؛ بـه‌طـوری‌کـه، حلقـه‌هـای چرخـه‌ای در وسـط نمـودار کـم‌عـرض و در دو انتهـا عریض هسـتند. سـازه‌هـای سـرد نوردشـدهٔ فـولادی و بسیاری از انـواع دیگـر سـازه‌هـا، هنگـام بـاربرداری و بارگذاری مجدد به‌واسطهٔ کـاهش نیـروی اصـطکاک در سطوح لغزشی دچار کاهش سختی جانبی می‌گردند. این رفتار را می‌توان با کاهش شیب در حلقه‌های چرخـه‌ای مشاهده نمـود. کـاهش نیـروی اصـطکاک بـین سـطوح لغزشی ترک‌ها، باعـث کـاهش جابـه‌جـایی تسـلیم نیـز می‌گردد، کـه بـه دنبـال آن کـاهش مقاومـت را در پـی خواهد داشت. لغزش به‌واسطهٔ تغییرشکل‌های پلاستیک در اجزای سازه‌ای مانند اتصالات رخ می‌دهد.



(الف)

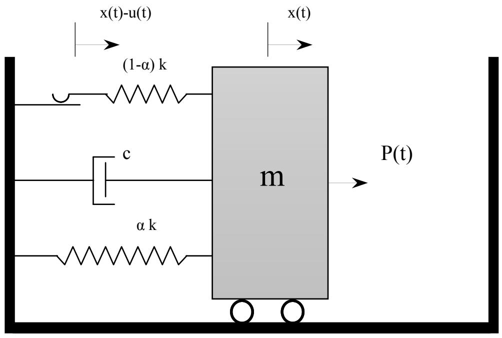


(ب)

شکل ۱ نمودار چرخه‌ای برای: (الف) یک عضو سازهٔ فولادی [16]، (ب) یک قاب سازه‌ای سرد نوردشدهٔ فولادی [17]

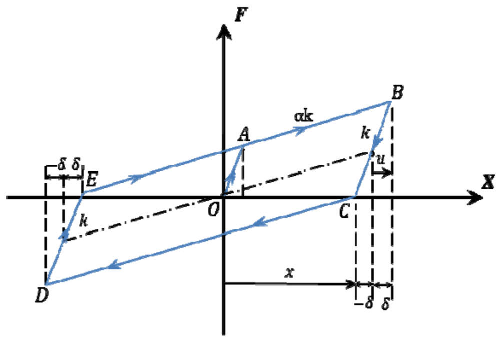
مدل دوخطی مستقل

مستقل در سال ۱۹۹۹ از یک مـدل تحلیلـی بـرای بیـان ریاضی یک سیستم مکانیکی تـک‌درجـه آزادی اسـتفاده کرد. این سیستم مطابق شکل (۲) شامل جرم m، دو فنر با سختی αk و $(1-\alpha)k$ و به‌ترتیب دارای تغییر شکل‌های x و u و یک میراگر ویسکوز با ضـریب میرایـی c می‌باشد. فنر با سـختی αk مسـتقیماً و فنـر بـا سـختی $(1-\alpha)k$ از طریق یک لغزنده با ضریب اصطکاک $\mu(t)$ به جرم متصل هستند. سختی کل سیسـتم k و α بـین صفر و یک است. $P(t)=\overline{P_0}p(t)$ بـار خـارجی سیسـتم است که $\overline{P_0}$ دامنهٔ آن است. خاطرنشان مـی‌سـازد مـدل مستقل براساس نیرو بیان شده است؛ به‌عبارت دیگـر بـا اعمال نیروی خارجی $P(t)$، جابه‌جایی سیستم (جرم و فنر) مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.



شکل ۲ سیستم مکانیکی تک‌درجه آزادی

شکل (۳) نمایانگر یک سیستم دوخطی است، که ابتدا وارد ناحیهٔ الاستیک (بخش OA) و سپس وارد ناحیهٔ غیرالاستیک (بخش AB) می‌شود. قسمت‌های با سختی k بخش غیرلغزشی و قسمت‌های با سختی αk بخش لغزشی حلقهٔ چرخه‌ای محسوب می‌شوند.



شکل ۳ رفتار چرخه‌ای دوخطی سیستم تک‌درجه آزادی

مستقل برای بیان معادلات و روابط ریاضی از توابع پایهٔ زیر استفاده کرد. دلیل استفاده وی از روابط زیر به‌منظور تطبیق معادلات هم‌سازی با شرایط مرزی نمودار چرخه‌ای می‌باشد:

$$N(x) = 0.5[1+Sgn(x)]\{1+1-[Sgn(x)]\} = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad x \geq 0 \\ 0 & \text{if} \quad x < 0 \end{cases} \qquad (۱)$$

$$M(x) = 0.5[1-Sgn(x)]\{1-[1+Sgn(x)]\} = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad x \geq 0 \\ 1 & \text{if} \quad x < 0 \end{cases} \qquad (۲)$$

$$\overline{N}(x) = 0.5[1+Sgn(x)]\{1-[1-Sgn(x)]\} = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad x > 0 \\ 0 & \text{if} \quad x \leq 0 \end{cases} \qquad (۳)$$

$$\overline{M}(x) = 0.5[1-Sgn(x)]\{1+[1+Sgn(x)]\} = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad x > 0 \\ 1 & \text{if} \quad x \leq 0 \end{cases} \qquad (٤)$$

$$Sgn = \begin{cases} -1 & \text{if} \quad x < 0 \\ 0 & \text{if} \quad x = 0 \\ 1 & \text{if} \quad x > 0 \end{cases} \qquad (٥)$$

که Sgn تابع علامت نامیده می‌شود. $N(x)$ تابع پله‌ای واحد است و سایر توابع نیز برحسب آن قابل تعریف می‌باشند.

با توجه به شکل (۲) معادلهٔ تعادل دینامیکی حاکم بر این سیستم عبارت است از:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + \alpha k x + (1-\alpha)ku = P(t) \qquad (٦)$$

حداکثر نیروی موجود در لغزنده (نیروی اصطکاکی کولمب) عبارتست از:

$$\mu mg = (1-\alpha)k\delta \qquad (٧)$$

که در آن δ ماکزیمم تغییرشکل فنر متصل به لغزنده است؛ به طوری‌که، $-\delta \leq u \leq \delta$ می‌باشد. به‌عبارتی، هنگامی‌که این فنر دچار تغییرشکل ماکزیم δ گردد، لغزنده شروع به لغزیدن می‌نماید. بنابراین، سختی کل سیستم از k به αk کاهش می‌یابد.

با توجه به شکل (۲) تغییرشکل لغزنده $x_s(t)$ عبارتست از:

$$x_s(t) = x(t) - u(t) \qquad (٨)$$

با توجه به این‌که معادلهٔ (٦) شامل دو مجهول x و u می‌باشد؛ لذا برای حل آن بایستی معادلهٔ دیگری ذکر گردد. به این منظور مستقل با درنظر گرفتن شرایط مرزی یک حلقه چرخه‌ای دوخطی مطابق شکل (۳) و با

استفاده از توابع پایه (روابط ۱ تا ٤) به تفسیر آن بر طبق بندهای زیر پرداخت.

۱) سرعت $\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t}$، در امتداد مسیرهای OA، DE و EAB مثبت و در امتداد مسیرهای BC و CD منفی است.

۲) با توجه به این‌که u تغییرشکل فنر متصل به لغزنده می‌باشد، تا زمانی‌که سیستم در حالت لغزشی است (یعنی فنر با سختی $(1-\alpha)k$ به تغییرشکل ماکزیمم خود δ رسیده است)، تغییرشکل در این فنر ثابت باقی خواهد ماند. بنابراین، در امتداد مسیرهای لغزشی EAB و CD، سرعت $\dot{u} = 0$ است و در امتداد مسیرهای OA، BC و DE سرعت $\dot{u} = \dot{x}$ است.

۳) همچنین، در امتداد مسیر BC تغییرشکل فنر $u \geq -\delta$ و در امتداد مسیر DE $u \leq \delta$ می‌باشد.

با درنظر گرفتن روابط (۱) تا (٤) و ارضای حالت‌های ذکر شده در هر مسیر، داریم:

$$\dot{u} = \dot{x}[\overline{N}(\dot{x})\overline{M}(u-\delta) + M(\dot{x})N(u+\delta)] \qquad (۹)$$

مستقل با درنظر گرفتن شرایط مرزی مشابه با حالت قبل، به بیان معادلات حاکم بر رفتار چرخه‌ای دارای اثرات کاهندگی پرداخت. وی همچنین با استفاده از روابطی به شرح ذیل، و به‌منظور ساده‌سازی، معادلات مذکور را بی‌بعد نمود. این روابط عبارتند از:

$$x = \delta y;\ u = \delta z;\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}};\ \xi = \frac{c}{2m\omega};$$
$$\tau = \omega t;\ x_s = \delta y_s;\ P_0 = \frac{\overline{P_0}}{k\delta};$$
$$F = k\delta f;\ k_s = \alpha_s k;\ \delta_p = \gamma_p \delta;\ \delta_s = \gamma_s \delta$$

با درنظر گرفتن روابط فوق، معادلات بی‌بعد حاکم بر سیستم دوخطی به‌صورت زیر بیان می‌گردند.
نیروی مقاوم سیستم عبارت است از:

$$f = \alpha y + \alpha_s(|y| - \gamma_s)\,\mathrm{sgn}(y)\overline{N}(|y| - \gamma_s) + (1-\alpha)z \qquad (۱۰)$$

که در آن α نسبت سختی، α_s نسبت سخت‌شدگی، γ_s نسبت فاصلهٔ سخت‌شدگی و λ_p نسبت مقاومت می‌باشند.

همچنین معادلهٔ (۹) شامل تمامی پدیده‌های کاهندگی مانند باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش به‌صورت ذیل قابل بیان می‌باشد.

$$\begin{aligned}\dot{z} = \dot{y}\Phi_k\{&N(\dot{y})[M(z-\lambda_p\Phi_l)\overline{M}(y-\delta_0)\\ &+ M(z-\Phi_l)\overline{N}(y-\delta_0)]\\ &+ M(\dot{y})[\overline{N}(z+\lambda_p\Phi_l)N(y-\delta_0)\\ &+ \overline{N}(z+\Phi_l)M(y-\delta_0)\overline{M}(y+\delta_0)]\}\end{aligned} \qquad (۱۱)$$

که در آن Φ_k و Φ_l به‌ترتیب توابع کاهندگی سختی و کاهندگی مقاوت می‌باشند، و به‌صورت زیر قابل تعریف هستند:

$$\Phi_k = \frac{1}{1+\lambda_k h(t)} \qquad (۱۲)$$

$$\Phi_l = \frac{1}{1+\lambda_l h(t)} \qquad (۱۳)$$

که $\lambda_k \geq 0$ و $\lambda_l \geq 0$ به‌ترتیب ضرایب کاهش سختی و کاهش مقاومت می‌باشند. $h(t)$ تابع انرژی کل چرخه‌ای است و به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot{h} = \Phi_l(1-\alpha)|\dot{y}|&[N(\dot{y})N(y-\gamma_p)\\ &+ \overline{M}(\dot{y})M(y+\gamma_p) + \lambda_p\overline{N}(\dot{y})M(y) + \lambda_p M(\dot{y})N(y)]\\ &\times|\,1 - \{N(\dot{y})[M(z-\lambda_p\Phi_l)\overline{M}(y-\delta_0)\\ &+ M(z-\Phi_l)\overline{N}(y-\delta_0)]\\ &+ M(\dot{y})[\overline{N}(z+\lambda_p\Phi_l)N(y-\delta_0) +\\ &\overline{N}(z+\Phi_l)M(y-\delta_0)\overline{M}(y+\delta_0)]\}\,|\end{aligned} \qquad (۱٤)$$

که در این رابطه

$$\gamma_p = \frac{\delta_p}{\delta} = (1-\lambda_p) \qquad (۱۵)$$

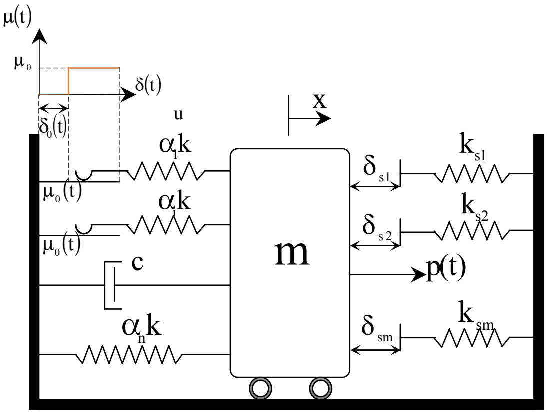
و $\delta_0(t)$ تابع لغزش نسبی اولیهٔ لغزنده در هر سیکل می‌باشد و به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\delta_0(t)=\Delta_0\left[\frac{t}{2\pi}\right] \qquad (۱۶)$$

در این رابطه Δ_0 ضریب مقیاس فیزیکی است و از طریق آزمایش تعیین می‌گردد. علامت [ ] نیز نشان‌دهندهٔ تابع جزء صحیح می‌باشد.

توسعهٔ مدل چندخطی مستقل با درنظر گرفتن لغزش

به منظور توسعهٔ معادلات حاکم بر رفتار چندخطی سیستم‌های سازه‌ای، یک سیستم تک‌درجه آزادی متشکل از یک جرم، $(n+m)$ فنر و یک میراگر ویسکوز با ثابت c مطابق شکل (۴) درنظر گرفته شده است [8]. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌شود، فنر با سختی $\alpha_n k$ مستقیماً به جرم متصل شده است. تغییرشکل این فنر متناظر با x می‌باشد. $(n-1)$ فنر دیگر، به‌صورت موازی از طریق یک لغزنده با ضریب اصطکاک متغیر $\mu(t)$ به جرم متصل شده‌اند، که دارای سختی $\alpha_i k$ و تغییرشکل u_i می‌باشند. خاطرنشان می‌سازد مجموع سختی تمامی فنرهای متصل به جرم، معادل k است. لذا مجموع α_iها برابر واحد خواهد شد. علاوه بر این، سیستم شامل m فنر دیگر با سختی k_{si} و فاصلهٔ اولیهٔ δ_{si} در دو طرف جرم به‌طور متقارن می‌باشد. (در شکل (۴) برای پرهیز از تراکم فنرها، فنرهای با سختی k_{si} فقط در یک طرف جرم نشان داده شده‌اند). خاطرنشان می‌سازد با توجه به نواقص و محدودیت‌های مطرح‌شده توسط زینلیان و همکاران [13] در مدل مستقل، برای بیان رفتار چندخطی از مدل اصلاح‌شدهٔ مستقل، که در سال ۲۰۱۲ توسط زینلیان و همکاران [13] ارائه گردید، استفاده می‌شود.



شکل ۴ سیستم تک‌درجه آزادی چندخطی

رابطهٔ نیرو و جابه‌جایی مربوط به این سیستم، توسط رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$F=\alpha_n kx+ k\sum_{i=1}^{m}\alpha_i u_i+\alpha_{si}k\sum_{i=1}^{m}(|x|-\gamma_{si}\delta)\,\mathrm{sgn}(x)\overline{N}(|x|-\gamma_{si}\delta) \qquad (۱۷)$$

$$\alpha_{si}=\frac{k_{si}}{k};\quad \gamma_{si}=\frac{\delta_{si}}{\delta} \qquad (۱۸)$$

که α_{si} نسبت سخت‌شدگی و γ_{si} نسبت فاصلهٔ سخت‌شدگی برای فنر با سختی k_{si} هستند. ضریب اصطکاک مربوط به لغزندهٔ iام، $\mu_i(t)$ متغیر با زمان است. حداکثر نیروی اصطکاک در هر فنر متصل به لغزنده عبارت است از:

$$\mu_i gm=\alpha_i k\delta_i=k\delta_1\alpha_i\left(\frac{\delta_i}{\delta_1}\right)=k\delta_1\alpha_i\gamma_i \qquad (۱۹)$$

که δ_i تغییر شکل حدی (جابه‌جایی تسلیم) فنر iام و $\gamma_i=\frac{\delta_i}{\delta_1}$ و $\delta_1\le\delta_2\le\ldots\le\delta_{n-1}$ می‌باشد. با فرض رفتار متقارن برای هر فنر، $-\delta_i\le u_i\le\delta_i$ خواهد بود.

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+\alpha_n kx+k\sum_{i=1}^{n-1}\alpha_i u_i +\alpha_{si}k\sum_{i=1}^{m}(|x|-\gamma_{si}\delta)\,\mathrm{sgn}(x)\overline{N}(|x|-\gamma_{si}\delta)=P(t) \qquad (۲۰)$$

معادلات بی‌بعد حاکم بر سیستم چندخطی عبارتند از:

$$f = \alpha_n y + \sum_{i=1}^{n-1}\alpha_i z_i + \sum_{i=1}^{m}\alpha_{si}(|y| - \gamma_{si})\operatorname{sgn}(y)\overline{N}(|y| - \gamma_{si})$$

(۲۱)

$$\ddot{y} + 2\xi\dot{y} + \alpha_n y + \sum_{i=1}^{n-1}\alpha_i z_i + \sum_{i=1}^{m}\alpha_{si}(|y| - \gamma_{si})\operatorname{sgn}(y)\overline{N}(|y| - \gamma_{si}) = P_0 p(\tau)$$

(۲۲)

معادلهٔ نهایی بی‌بعد، شامل پدیده‌های باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش را می‌توان به شکل ذیل بیان نمود:

$$\begin{aligned}\dot{z}_i = \dot{y}\Phi_{ki}\{&N(\dot{y})[M(z_i - \lambda_{pi}\gamma_i\Phi_{li})\overline{M}(y - \delta_0)\\&+ M(z_i - \gamma_i\Phi_{li})\overline{N}(y - \delta_0)]\\&+ M(\dot{y})[\overline{N}(z_i + \lambda_{pi}\gamma_i\Phi_{li})N(y - \delta_0)\\&+ \overline{N}(z_i + \gamma_i\Phi_{li})M(y - \delta_0)\overline{M}(y + \delta_0)]\}\end{aligned}$$

(۲۳)

در این معادله $0 \le \lambda_{pi} \le 1$ نسبت مقاومت iامین فنر را نشان می‌دهد. Φ_{ki} و Φ_{li} به‌ترتیب توابع کاهندگی سختی و کاهندگی مقاوت فنر iام محسوب می‌شوند، که به‌صورت زیر قابل تعریف هستند:

$$\Phi_{ki} = \frac{1}{1 + \lambda_{ki}h_i(t)} \qquad (۲٤)$$

$$\Phi_{li} = \frac{1}{1 + \lambda_{li}h_i(t)} \qquad (۲۵)$$

که $\lambda_{ki} \ge 0$ و $\lambda_{li} \ge 0$ به‌ترتیب ضرایب کاهش سختی و کاهش مقاومت هستند. $h_i(t)$ تابع انرژی کل جذب‌شده توسط لغزندهٔ متصل به فنر iام است و به‌صورت زیر قابل تعریف است:

$$\begin{aligned}\dot{h}_i = \Phi_{li}\alpha_i\gamma_i|\dot{y}|&[N(\dot{y})N(y - \gamma_{pi}) + \overline{M}(\dot{y})M(y + \gamma_{pi})\\&+ \lambda_{pi}\overline{N}(\dot{y})M(y) + \lambda_{pi}M(\dot{y})N(y)]\\&\times|\ 1 - \{N(\dot{y})[M(z_i - \lambda_{pi}\gamma_i\Phi_{li})\overline{M}(y - \delta_0)\\&+ M(z_i - \gamma_i\Phi_{li})\overline{N}(y - \delta_0)]\\&+ M(\dot{y})[\overline{N}(z_i + \lambda_{pi}\gamma_i\Phi_{li})N(y - \delta_0)\\&+ \overline{N}(z_i + \gamma_i\Phi_{li})M(y - \delta_0)\overline{M}(y + \delta_0)]\ |\end{aligned}$$

(۲٦)

در تمامی روابط فوق $i = 1,2,...,n-1$ می‌باشد.

به‌منظور بی‌بعدسازی معادلات فوق از روابط زیر استفاده شده است:

$$x = \delta_1 y;\quad u_i = \delta_1 z_i;\quad \dot{u}_i = \delta_1\dot{z}_i;\quad x_{si} = \delta_1 y_{si};\quad \gamma_i = \frac{\delta_i}{\delta_1}$$

(۲۷)

در مجموع معادلات (۲۲)، (۲۳) و (۲٦)، $(2n-1)$معادله برای بیان کامل رفتار چندخطی شامل اثرات باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش فراهم می‌کنند. با حل هم‌زمان دستگاه معادلات دیفرانسیل به‌دست آمده با استفاده از نرم‌افزار متمتیکا (Mathematica) پاسخ سیستم قابل محاسبه خواهد بود. بدین منظور با ارائه مثال‌هایی، اثرات فوق در قالب نمودار نشان داده می‌شود.

به‌منظور نشان دادن اثرات باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش بر روی یک سیستم چهارخطی، از تابع هارمونیکی $P(\tau) = 2.5\sin\beta\tau$ برای $\beta = 1$ و مدت زمان $\tau = 18.9$ استفاده شده است. در این سیستم از پارامترهای موجود در مقاله‌های [8,13] استفاده گردیده است، که عبارتند از:

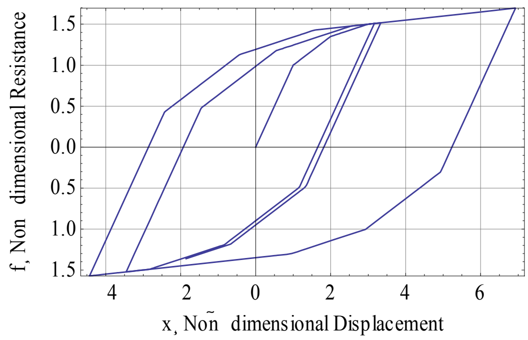
$$\begin{aligned}&\xi = 0, \alpha_1 = 0.65, \alpha_2 = 0.2, \alpha_3 = 0.1, \alpha_4 = 0.05,\\&\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 2, \gamma_3 = 3, \Delta_0 = 0.2,\\&\lambda_p \equiv \lambda_{pi} = 0.2, \lambda_k \equiv \lambda_{ki} = 0.1,\\&\lambda_l \equiv \lambda_{li} = 0.05, i = 1,2,...,n-1\\&\alpha_{s1} = 0.1, \alpha_{s2} = 0.2, \alpha_{s3} = 0.3,\\&\gamma_{s1} = 4, \gamma_{s2} = 5, \gamma_{s3} = 6\end{aligned}$$

(۲۸)

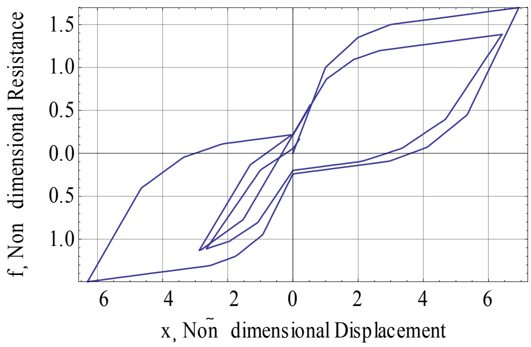
تابع لغزش نیز عبارتست از:

$$\delta_0(\tau) = 0.2\times\left[\frac{\tau}{2\pi}\right]$$

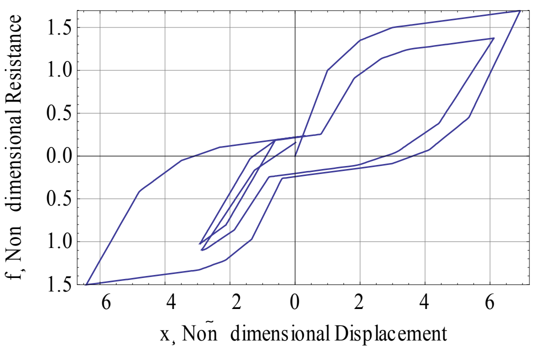
نتایج به‌صورت نمودارهای زیر حاصل می‌شود:



شکل ٥ پاسخ سیستم تک‌درجه آزادی چهارخطی بدون اثرات کاهندگی



شکل ٦ پاسخ سیستم چهارخطی با درنظر گرفتن اثرات باریک‌شدگی، کاهش سختی و کاهش مقاومت



شکل ٧ پاسخ سیستم چهارخطی با درنظر گرفتن اثرات باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش

شکل (٥) پاسخ یک سیستم تک‌درجه آزادی چهارخطی بدون درنظر گرفتن اثرات کاهندگی را نشان می‌دهد، که در شکل (٦) این اثرات نیز لحاظ گردیده‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد در این شکل اثر لغزش درنظر گرفته نشده است، اما باتوجه به اثر قابل ملاحظهٔ لغزش در میزان جذب و استهلاک انرژی، بایستی این عامل مورد توجه قرار گیرد. همان‌طور که ذکر گردید، مستقل اثر لغزش را در مدل خود مطرح نکرد. لذا با درنظر گرفتن این اثر در مدل تک‌درجه آزادی چندخطی مستقل شکل (٧) حاصل می‌گردد.

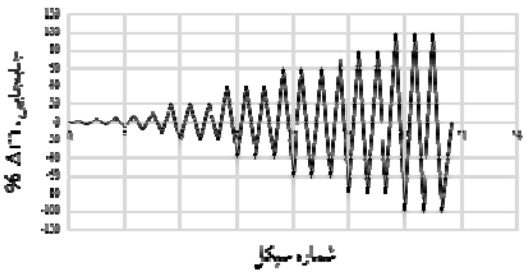
توسعهٔ مدل تحلیلی مستقل برمبنای تغییرمکان سازه

سیستم تک‌درجه آزادی دوخطی. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، از آن‌جا که معمولاً آزمایش‌های بررسی رفتار لرزه‌ای قاب‌های سازه‌ای براساس استانداردهای موجود به‌صورت تغییرمکان کنترل صورت می‌پذیرند، در این پژوهش سعی شده است به‌جهت تطبیق بهتر نتایج تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی، مدل مستقل برمبنای تغییرمکان به شرح ارائه‌شده در بخش بعد اصلاح گردد. هم‌چنین در تحقیق حاضر، برای نشان دادن اثرات کاهندگی از معادلات اصلاح‌شدهٔ زینلیان استفاده گردیده است.

بارگذاری چرخه‌ای مورد استفاده در این تحقیق برمبنای روش B استاندارد ASTM می‌باشد. در این روش دامنهٔ جابه‌جایی‌های سیکلی براساس جابه‌جایی جانبی هدف Δ_m انتخاب می‌شوند. هم‌چنین سرعت بارگذاری در این روش بین ١ تا ٦٣ میلی‌متر بر ثانیه توصیه می‌گردد. همان‌طور که از جدول (١) و شکل (٨) مشخص است، این روش بارگذاری شامل یک دورهٔ کامل در درصدهای ١/٢٥، ٢/٥، ٥، ٧/٥ و ١٠ و سه دورهٔ کامل در درصدهای ٢٠، ٤٠، ٦٠، ٨٠، ١٠٠، ١٢٠، ١٤٠، ١٦٠ و ١٨٠ می‌باشد، و این روند تا زمانی ادامه دارد که گسیختگی و یا کاهش چشم‌گیر در مقاومت رخ دهد [14].

جدول ۱ بارگذاری چرخه‌ای، روش B استاندارد ASTM[7]

روش B استاندارد ASTM E2126-07–دامنه سیکل‌های رفت و برگشتی			
الگو	گام	تعداد سیکل	جابجایی برحسب درصدی از جابجایی هدف Δ
۱	۱	۱	۱/۲۵
	۲	۱	۲/۵
	۳	۱	۵
	٤	۱	۷/۵
	۵	۱	۱۰
۲	٦	۳	۲۰
	۷	۳	٤۰
	۸	۳	٦۰
	۹	۳	۸۰
	۱۰	۳	۱۰۰
	۱۱	۳	افزایش ۲۰ درصدی در هر گام (تا لحظه گسیختگی)

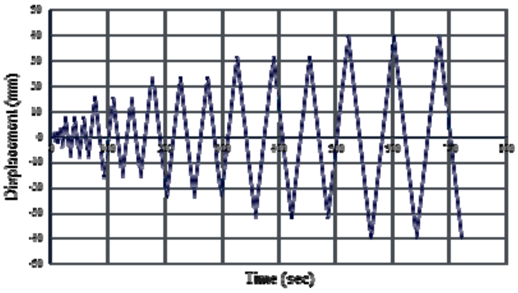


شکل ۸ بارگذاری چرخه‌ای، روش B – ASTM E2126-07 [10]

در این پژوهش، دامنهٔ جابه‌جایی جانبی انتخاب‌شده براساس روش B استاندارد ASTM مطابق جدول (۱) و شکل (۸) می‌باشد. متوسط سرعت بارگذاری نیز ۲ میلی‌متر بر ثانیه انتخاب می‌گردد [17]. با انتخاب Δ_m برابر ٤۰ میلی‌متر [17] برای درصدهای مختلف Δ_m موجود در جدول (۱)، نتایج مطابق با جدول (۲) و شکل (۹) حاصل می‌گردند.

جدول ۲ بارگذاری چرخه‌ای با فرض Δ_m برابر ٤۰ میلی‌متر برای سیکل‌های مختلف

روش B استاندارد ASTM E2126-07– دامنه سیکل‌های برگشتی		
دامنه جابجایی (mm)	تعداد سیکل‌ها	گام
۰/۵	۱	۱
۱	۱	۲
۲	۱	۳
۳	۱	٤
٤	۱	۵
۸	۳	٦
۱٦	۳	۷
۲٤	۳	۸
۳۲	۳	۹
٤۰	۳	۱۰

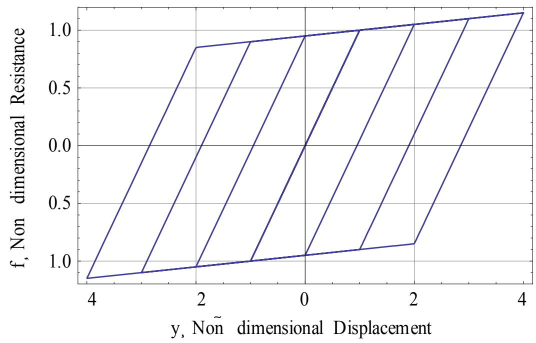


شکل ۹ جابه‌جایی چرخه‌ای برای سیکل‌های مختلف برحسب زمان

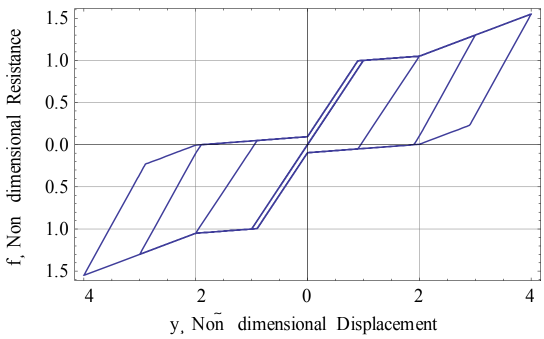
خاطرنشان می‌سازد در روش تغییر مکان-کنترل نیرو برابر صفر است و باتوجه به معلوم بودن جابه‌جایی y، نیازی به استفاده از معادلهٔ (٦) در به‌دست آوردن مجهولات نمی‌باشد. در ادامه با ذکر مثال‌هایی به ارزیابی اثرات کاهندگی یک سیستم تک‌درجه آزادی دوخطی براساس تغییر مکان-کنترل پرداخته می‌شود. پارامترهای مورد استفاده در این مثال‌ها به‌صورت زیر هستند:

$$\alpha = 0.05,\ \lambda_p = 0.1,\ \alpha_s = 0.2,\ \gamma_s = 2,\ \lambda_k = 0.02,\ \lambda_l = 0.01$$

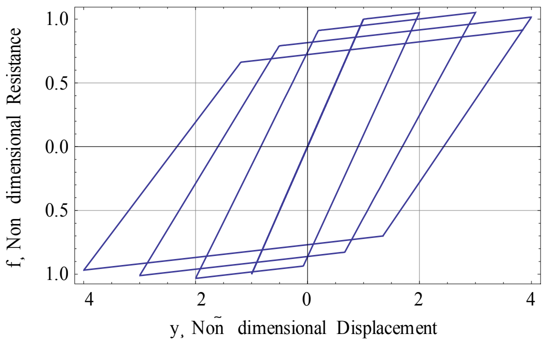
$$\delta_0(t) = 0.2\left[\frac{t}{2\pi}\right]$$



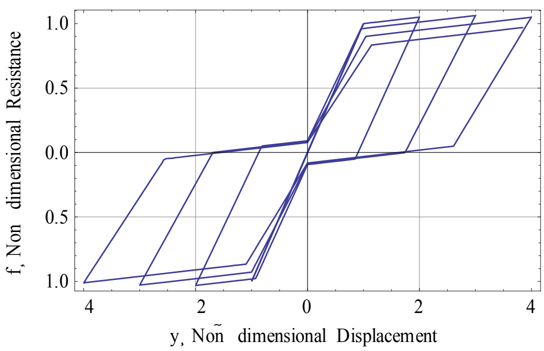
شکل ۱۰ پاسخ سیستم دوخطی بدون اثرات کاهندگی



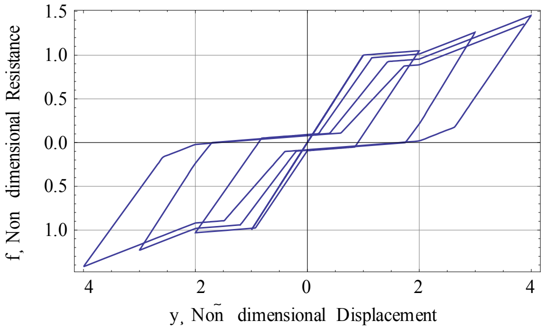
شکل ۱۱ پاسخ سیستم دوخطی در معرض اثر باریک‌شدگی ناشی از نابرابری مقاوت در دو جهت مخالف بارگذاری و اضافه سختی



شکل ۱۲ پاسخ سیستم دوخطی در معرض اثرات کاهش سختی، کاهش مقاومت



شکل ۱۳ پاسخ سیستم دوخطی در معرض اثرات باریک‌شدگی، کاهش سختی و کاهش مقاومت



شکل ۱٤ پاسخ سیستم دوخطی در معرض اثرات باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش

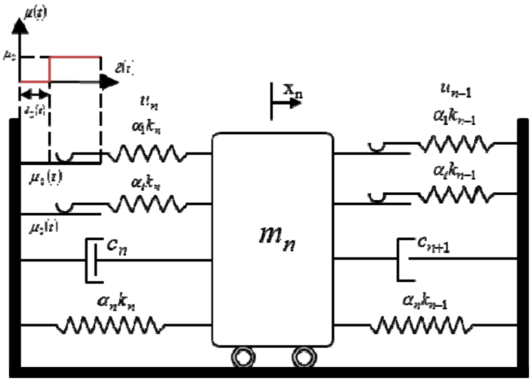
نمودارهای فوق از حل هم‌زمان معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱٤) در نرم‌افزار متمتیکا [18] حاصل گردیده‌اند.

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، شکل (۱۰) پاسخ یک سیستم دوخطی بدون درنظر گرفتن اثرات کاهندگی را نشان می‌دهد. با درنظر گرفتن اثرات کاهندگی شکل‌های (۱۱-۱٤) حاصل می‌گردند. شکل (۱۱) پاسخ سیستم چرخه‌ای دوخطی ناشی از باریک‌شدگی به‌واسطهٔ دو عامل نابرابری مقاومت در دو جهت مخالف بارگذاری و اضافه سختی را نشان می‌دهد. شکل (۱٤) تأثیر هم‌زمان کلیهٔ اثرات کاهندگی بر رفتار چرخه‌ای را نشان می‌دهد. با مقایسهٔ شکل‌های (۱۱) تا (۱٤) با شکل (۱۰) مشاهده می‌گردد که عدم لحاظ هر یک از اثرات کاهندگی سبب نادیده گرفتن بخش زیادی از انرژی کل چرخه‌ای می‌گردد؛ چرا که اثر عوامل کاهندگی بر رفتار چرخه‌ای سبب کاهش مساحت حلقه‌ها با گذر زمان می‌شود که این کاهش مساحت معادل با کاهش انرژی می‌باشد. هم‌چنین با مقایسهٔ دو شکل (۱۳) و (۱٤) می‌توان اثر قابل‌ملاحظهٔ لغزش بر رفتار چرخه‌ای را به‌وضوح مشاهده نمود؛ این در حالی است که مستقل این اثر را درنظر نگرفته بود.

بررسی اثرات کاهندگی بر روی رفتار چرخه‌ای سیستم چنددرجه آزادی چندخطی. لازم به ذکر است یک سیستم چنددرجه آزادی، خود متشکل از ترکیبی از درجات آزادی به‌طور مجزاست، و هر درجه آزادی

به‌طور مستقل از درجات آزادی دیگر تعریف می‌گردد، هرچند معادلات هر یک از درجات آزادی کاملاً یکسان است و تنها تفاوت در تعریف مشخصات هر درجه آزادی شامل سختی، جرم و پارامترهای مشابه می‌باشد، لذا توسعهٔ مدل برای یک سازهٔ چنددرجه آزادی (به‌جای استفاده از مدل‌های یک‌درجه آزادی برای درجات آزادی مجزا) سبب کاهش قابل توجه حجم محاسبات و تسریع در آنالیز سیستم مذکور می‌گردد.

شکل (۱۵) سیستم جرم و فنر چنددرجه آزادی چندخطی را به‌صورت شماتیک نشان داده است؛ که در آن m_n، k_n و c_n به ترتیب جرم، سختی و میرایی ویسکوز می‌باشند. فنرها با سختی $\alpha_n k_n$ و $\alpha_n k_{n+1}$ مستقیماً به جرم متصل و دارای تغییرشکل $(x_n - x_{n-1})$ می‌باشند. هم‌چنین در هر طرف جرم m_n، $(n-1)$ فنر به‌طور متقارن و به‌صورت موازی، از طریق یک لغزنده با ضریب اصطکاک متغیر $\mu(t)$ به جرم متصل شده‌اند، که به‌ترتیب دارای سختی $\alpha_i k_n$ و $\alpha_i k_{n+1}$ و تغییرشکل‌های u_n و u_{n+1} برای هر درجه آزادی می‌باشند. لازم به ذکر است، مجموع سختی تمامی فنرهای متصل به جرم معادل k است؛ لذا مجموع α_iها برابر یک می‌شود. $\alpha \le 1$ معرف نسبت سختی پیش تسلیمی است. دو حالت حدی $\alpha = 1$ و $\alpha = 0$ به‌ترتیب بیانگر سیستم‌های خطی و سیستم‌های الاستیک-پلاستیک کامل می‌باشند. جابه‌جایی کل جرم نیز متناظر با x_n است.



شکل ۱۵ سیستم جرم و فنر سیستم چنددرجه آزادی- چندخطی

با توجه به این‌که نیرویی به سیستم اعمال نمی‌گردد و بارگذاری به‌صورت تغییر مکان- کنترل فرض شده است، مطابق با شکل (۱۵) می‌توان معادلهٔ تعادل دینامیکی جرم nام را به فرم معادلهٔ زیر و به‌صورت ماتریسی بیان نمود:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + \alpha_n K x + \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i K_s u_i = 0 \qquad (۲۸)$$

که M، K و K_s به‌ترتیب ماتریس قطری جرم و ماتریس‌های سختی هستند و به‌صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & m_N \end{bmatrix};$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & . & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & . & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3+k_4 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & k_N \end{bmatrix};$$

$$K_s = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & 0 & . & 0 \\ 0 & k_2 & -k_3 & . & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & . & . \\ . & . & . & . & -k_N \\ 0 & 0 & 0 & . & k_N \end{bmatrix}$$

(۲۹)

جزء سوم رابطهٔ (۲۸) مربوط به فنرهایی است که مستقیماً به جرم متصل هستند و جزء چهارم این رابطه نیز مربوط به فنرهایی است که به لغزنده متصل می‌باشند.

بردار نیروی مقاوم سیستم عبارت است از:

$$f = \alpha_n Kx + \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i K_s u_i \qquad (۳۰)$$

به‌منظور درنظر گرفتن پدیده‌های کاهندگی، بااستفاده از توابع پایه (۱ تا ۵) بایستی معادله‌ای ارائه گردد که شرایط مرزی حلقه‌های چرخه‌ای مشابه با شرایط مرزی ذکرشده در بخش (۳) را ارضا کند. با درنظر گرفتن این شرایط معادلهٔ نهایی به‌صورت زیر

حاصل گردیده است [9]:

$$\begin{aligned}\dot z_n &= \Phi_n(\dot y_n - \dot y_{n-1})\\ &\{N(\dot y_n - \dot y_{n-1})[M(z_n - \lambda_p\Psi_n)\overline{M}(y_n - y_{n-1} - \delta_0)\\ &+ M(z_n - \Psi_n)\overline{N}(y_n - y_{n-1} - \delta_0)]\\ &+ M(\dot y_n - \dot y_{n-1})[\overline{N}(z_n + \lambda_p\Psi_n)N(y_n - y_{n-1} - \delta_0)\\ &+ \overline{N}(z_n + \Psi_n)M(y_n - y_{n-1} - \delta_0)\overline{M}(y_n - y_{n-1} + \delta_0)]\}\end{aligned} \qquad (۳۱)$$

در این رابطه Φ_n و Ψ_n به‌ترتیب توابع کاهندگی سختی و کاهندگی مقاوت درجه nام می‌باشند، و به‌صورت زیر تعریف می‌گردند [9]:

$$\Phi_n = \frac{1}{1+\lambda_k h_n(t)} \qquad (۳۲)$$

$$\Psi_n = \frac{1}{1+\lambda_l h_n(t)} \qquad (۳۳)$$

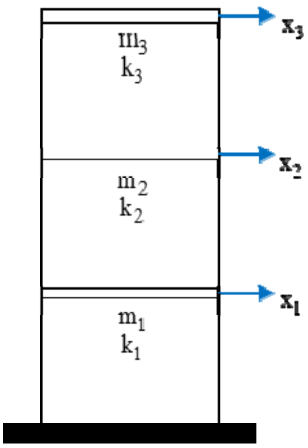
که $\lambda_k \geq 0$ و $\lambda_l \geq 0$ به‌ترتیب ضرایب کاهش سختی و کاهش مقاومت هستند. $h(t)$ تابع انرژی کل سیستم چرخه‌ای است و عبارتست از [9]:

$$\begin{aligned}\dot h_n &= \Psi_n\alpha_i|\dot y_n - \dot y_{n-1}|[N(\dot y_n - \dot y_{n-1})N(y_n - y_{n-1} - \gamma_p)\\ &+ \overline{M}(\dot y_n - \dot y_{n-1})M(y_n - y_{n-1} + \gamma_p)\\ &+ \lambda_p\overline{N}(\dot y_n - \dot y_{n-1})M(y_n - y_{n-1}) +\\ &\lambda_p M(\dot y_n - \dot y_{n-1})N(y_n - y_{n-1})]\\ &\times\big|\, 1 - \{N(\dot y_n - \dot y_{n-1})[M(z_n - \lambda_p\Psi_n)\overline{M}(y_n - y_{n-1} - \delta_0)\\ &+ M(z_n - \Psi_n)\overline{N}(y_n - y_{n-1} - \delta_0)]\\ &+ M(\dot y_n - \dot y_{n-1})[\overline{N}(z_n + \lambda_p\Psi_n)N(y_n - y_{n-1} - \delta_0)\\ &+ \overline{N}(z_n + \Psi_n)M(y_n - y_{n-1} - \delta_0)\overline{M}(y_n - y_{n-1} + \delta_0)]\,\big|\end{aligned} \qquad (۱)$$

$$\gamma_p = \frac{\delta_p}{\delta} = (1-\lambda_p) \qquad (۳۵)$$

با حل هم‌زمان معادلات (۳۰)، (۳۱) و (۳٤) در نرم‌افزار متمتیکا، و انتخاب شرایط اولیهٔ مناسب، پاسخ یک سیستم چنددرجه آزادی-چندخطی شامل تمامی عوامل کاهندگی حاصل می‌شود.

مثال: یک قاب برشی سه طبقه با جرم و سختی یکسان برای تمامی طبقات مطابق شکل (۱۷) درنظر گرفته می-شود. ماتریس‌های بی‌بعد متناظر با جرم و سختی طبقات و مشخصات سازه‌ای به‌صورت زیر هستند:



شکل ۱٦ قاب برشی سه‌درجه آزادی

$$\mu = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix};\ \kappa = \begin{bmatrix}2 & -1 & 0\\ -1 & 2 & -1\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix};$$

$$\kappa_s = \begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\alpha_1 = 0.65, \alpha_2 = 0.2, \alpha_3 = 0.1, \alpha_4 = 0.05, \zeta = 0, \lambda_p = 0.1,$$

$$\lambda_k = 0.1, \lambda_l = 0.01, \alpha_s = 0.2, \gamma_s = 2$$

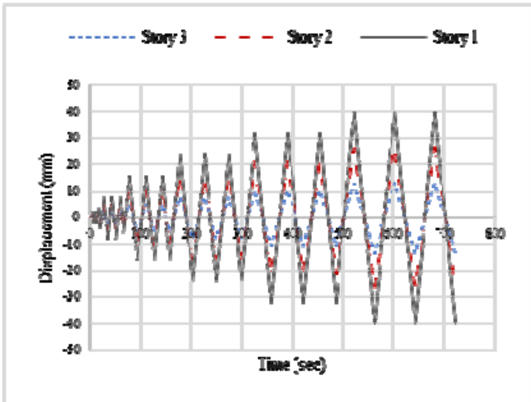
$$\delta_0(t) = 0.125\,\mathrm{Floor}\left[\frac{t}{2\pi}\right]$$

با انتخاب Δ_m مشابه با بخش (۵-۱)، برای درصدهای مختلف Δ_m از جدول (۱)، نتایج مربوط به طبقات مختلف (در این پژوهش سه‌طبقه) در جدول (۳) و شکل (۱٦) حاصل می‌شوند. جابه‌جایی‌های کنترل‌شده بر طبقات براساس الگوی مثلثی و به‌صورت خطی فرض شده است. برای نشان دادن اثرات کاهندگی بر عملکرد چرخه‌ای مثال زیر ارائه

می‌گردد:

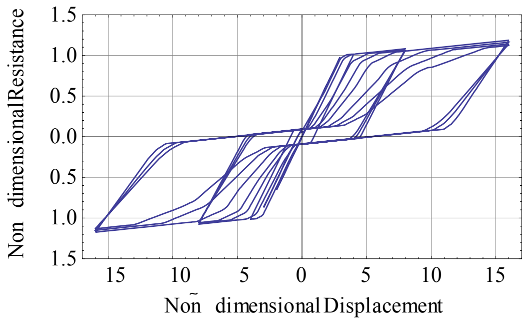
جدول ۳ بارگذاری چرخه‌ای با Δ_m برابر ۴۰ میلی‌متر

روش B استاندارد ASTM E2126-07– دامنه سیکل‌های رفت و برگشتی				
دامنه جابجایی، Δ_m (mm)			تعداد سیکل‌ها	گام
طبقه اول	طبقه دوم	طبقه سوم		
۰/۱۷	۰/۳۳	۰/۵	۱	۱
۰/۳۳	۰/۶۷	۱	۱	۲
۰/۶۷	۱/۳۳	۲	۱	۳
۱	۲	۳	۱	۴
۱/۳۳	۲/۶۷	۴	۱	۵
۲/۶۷	۵/۳۳	۸	۳	۶
۵/۳۳	۱۰/۶۷	۱۶	۳	۷
۸	۱۶	۲۴	۳	۸
۱۰/۶۷	۲۱/۳۳	۳۲	۳	۹
۱۳/۳۳	۲۶/۶۷	۴۰	۳	۱۰

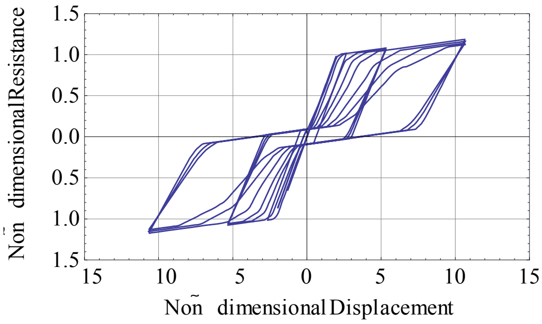


شکل ۱۷ جابه‌جایی چرخه‌ای طبقات اول تا سوم

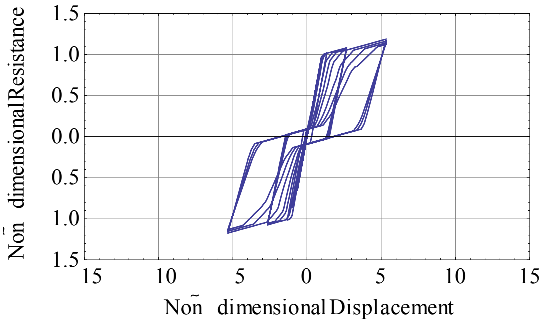
با اعمال پارامترهای فوق در معـادلات (۲۴)، (۲۷) و (۳۰) و حل همزمان این معادلات در نرم‌افزار متمتیکا، نتایج به‌صورت شکل‌های زیر حاصل می‌گردند:



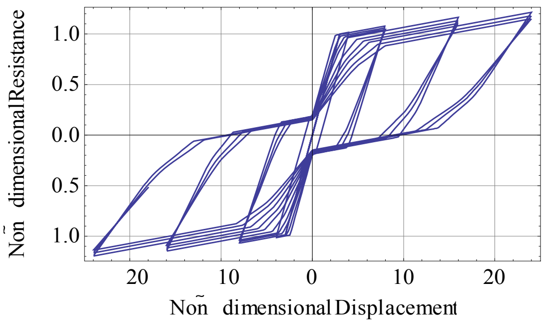
شکل ۱۸ پاسخ نیرو- جابه‌جایی طبقهٔ سوم شامل تمامی اثرات کاهندگی



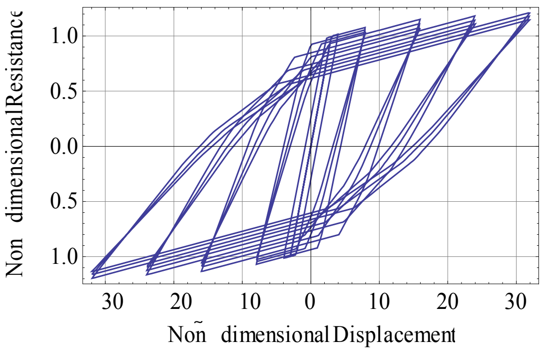
شکل ۱۹ پاسخ نیرو- جابه‌جایی طبقهٔ دوم شامل تمامی اثرات کاهندگی



شکل ۲۰ پاسخ نیرو- جابه‌جایی طبقهٔ اول شامل تمامی اثرات کاهندگی



شکل ۲۱ پاسخ نیرو- جابه‌جایی شامل باریک‌شدگی، کاهش مقاومت و کاهش سختی بدون اثر لغزش برای طبقهٔ سوم



شکل ۲۲ پاسخ نیرو- جابه‌جایی تحت اثر کاهش سختی و کاهش مقاومت برای طبقهٔ سوم

شکل‌های (۱۸-۲۰) نشانگر تأثیر هم‌زمان اثرات کاهندگی شامل باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش بر رفتار چرخه‌ای یک قاب سه‌درجه آزادی چهارخطی می‌باشد؛ که برای هر طبقه به‌طور مجزا ترسیم شده است. همان‌طور که در صورت مسئله ذکر گردید، مشخصات هر سه طبقه یکسان است و باتوجه به این موضوع نمودارهای چرخه‌ای حاصل برای هر سه طبقه مشابه با یکدیگر است، با این تفاوت که میزان جابه‌جایی (متناظر با محور افقی) از طبقهٔ سوم به طبقهٔ اول کاهش می‌یابد. شکل (۲۱) نیز رفتار چرخه‌ای طبقهٔ سوم را، بدون در نظر گرفتن اثر لغزش نشان می‌دهد. با مقایسهٔ این شکل و شکل (۱۸) مشاهده می‌شود که اثر لغزش همان‌طور که در بخش‌های قبل ذکر گردید، می‌تواند اثر قابل ملاحظه‌ای بر میزان جذب و استهلاک انرژی توسط سازه داشته باشد، لذا درنظر گرفتن آن هم از لحاظ طراحی محافظه‌کارانه و هم به لحاظ طراحی اقتصادی حائز اهمیت می‌باشد. شکل (۲۲) نیز نمایانگر رفتار چرخه‌ای طبقهٔ سوم شامل اثرات کاهندگی سختی و مقاومت و بدون در نظر گرفتن اثرات باریک‌شدگی و لغزش می‌باشد.

همان‌طور که مشاهده می‌شود عدم لحاظ هر یک از اثرات کاهندگی سبب حذف بخش زیادی از انرژی کل سازه خواهد شد و این امر می‌تواند خرابی‌های عظیمی به هنگام زلزله در پی داشته باشد.

نتیجه‌گیری

مدل تحلیلی ارائه‌شده در این پژوهش، به لحاظ کاربرد همه‌جانبهٔ آن برای انواع سیستم‌های تک‌درجه آزادی و چنددرجه آزادی و هم‌چنین برای انواع رفتارهای چرخه‌ای دوخطی و چندخطی، می‌تواند نسبت به سایر مدل‌های تحلیلی ذکرشده تا به امروز به طور واقعی‌تری رفتار چرخه‌ای انواع سیستم‌های سازه‌ای را تحت هر یک از اثرات کاهندگی ذکرشده و یا ترکیبی از آنها به‌طور تحلیلی بیان کند. از طرفی تعداد پارامترهای مورد استفاده در این مدل برای بیان مشخصات سازه‌ای، بسیار کمتر از سایر مدل‌ها است و همین امر سبب سهولت و تسریع در آنالیز سیستم مورد نظر خواهد شد.

این مدل توسعهٔ مدل پیشنهادی مستقل است، که اثر نیرو از مدل مستقل حذف گردیده و با درنظر گرفتن اثر لغزش و براساس تغییرمکان توسعه داده شده است. تست‌های آزمایشگاهی صورت‌گرفته بر روی قاب‌ها عمدتاً برمبنای تغییر مکان-کنترل می‌باشند؛ به همین منظور در این تحقیق سعی گردید برای تطبیق بهتر نتایج تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی، از استاندارد ASTM E2126-07 روش B استفاده گردد. به‌عبارت بهتر مدل مذکور می‌تواند عملکرد واقعی سیستم‌های چرخه‌ای را شامل تمام اثرات کاهندگی نشان دهد. خاطرنشان می‌سازد در این مدل اثر لغزش نیز با توجه به اهمیت آن در میزان جذب و استهلاک انرژی کل سیستم سازه‌ای مورد ارزیابی قرار گرفته است، چرا که در بسیاری از سیستم‌های سازه‌ای، مانند سازه‌های سرد نورد شدهٔ فولادی، این عامل کاملاً مشهود است.

همان‌طور که در شکل‌های (۱۲-۱۴) مشخص است عوامل کاهندگی باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش اثر قابل ملاحظه‌ای بر میزان جذب و اتلاف انرژی چرخه‌ای نسبت به سیستم بدون کاهندگی (شکل ۱۱) دارند. همان‌طور که ملاحظه گردید، عدم در نظر گرفتن هر یک از اثرات کاهندگی می‌تواند منجر به نادیده گرفتن بخش زیادی از انرژی کل سازه شود و به‌دنبال آن تخمین‌های

غیرمحافظه‌کارانه‌ای در زمینه‌های ایمنی، پایداری و اقتصادی سازه در پی خواهد داشت؛ به‌طوری‌که این امر می‌تواند موجب خرابی‌های زیادی در سازه به هنگام زلزله گردد.

از آن‌جا که انجام آنالیزهای مربوط به سازه‌های چند درجه آزادی به‌خصوص برای سازه‌های با درجات آزادی بالاتر، بعضاً پیچیده و زمان‌بر می‌باشد؛ لذا این‌گونه سازه‌ها را می‌توان با یک سازهٔ تک‌درجه آزادی معادل شبیه‌سازی کرد و تحلیل‌های مورد نظر را بر روی این سازه انجام داد. مدل چنددرجه آزادی اصلاح‌شده مستقل این ویژگی و قابلیت را داراست که به‌جای آنالیز کل سازهٔ چنددرجه آزادی، تک‌تک درجات آزادی را مورد تحلیل قرار می‌دهد و این امر سبب کاهش حجم محاسبات و کاهش مدت زمان آنالیز خواهد گردید.

لازم به ذکر است توابع کاهندگی مورد استفاده در این مدل لزوماً بهترین و مناسب‌ترین تابع نیست و به‌منظور تطبیق مناسب‌تر مدل تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی، می‌توان با انتخاب توابع کاهندگی و پارامترهای مناسب به نتایج مطلوب‌تری دست یافت.

مراجع

1. Clough, R. W., "Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements", University of California, Department of Civil Engineering, (1966).
2. Iwan, W. D., "A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response", *Journal of Applied Mechanics,* vol. 33, p. 893, (1966).
3. Bouc, R., "Modèle mathématique d'hystérésis", Acustica, vol. 24, pp. 16-25, (1971).
4. Baber, T. T. and Noori, M. N., "Random vibration of degrading, pinching systems", *Journal of Engineering Mechanics,* vol. 111, pp. 1010-1026, (1985).
5. Casciati, F., "Stochastic dynamics of hysteretic media", Structural Safety, vol. 6, pp. 259-269, (1989).
6. Madan, A., Reinhorn, A., Mander, J. and Valles, R., "Modeling of masonry infill panels for structural analysis", *Journal of structural engineering,* vol. 123, pp. 1295-1302, (1997).
7. Mahin, S. A. and Lin, J., "Construction of inelastic response spectra for single-degree-of-freedom systems", University of California, Earthquake Engineering Research Center, (1984).
8. Mostaghel, N., "Analytical description of pinching, degrading hysteretic systems", *Journal of Engineering Mechanics,* vol. 125, pp. 216-224, (1999).
9. Mostaghel N. and Byrd, R. A., "Analytical description of multidegree bilinear hysteretic system", *Journal of Engineering Mechanics,* vol. 126, pp. 588-598, (2000).
10. Sivaselvan, M. V. and Reinhorn, A. M., "Hysteretic models for deteriorating inelastic structures", *Journal of Engineering Mechanics,* vol. 126, pp. 633-640, (2000).
11. Sivaselvan, M. V. and Reinhorn, A. M., "Lagrangian approach to structural collapse simulation", *Journal of Engineering mechanics,* vol. 132, pp. 795-805, (2006).
12. Ibarra, L. F. and Krawinkler, H., "Global collapse of frame structures under seismic excitations", Pacific Earthquake Engineering Research Center, (2005).

13. Zeynalian, M., Ronagh, H. and Dux, P., "Analytical description of pinching, degrading, and sliding in a bilinear hysteretic system", *Journal of Engineering Mechanics,* vol. 138, pp. 1381-1387, (2012).
14. USA., "ASTM-E2126-07. Standard test methods for cyclic (reversed) load test for shearresistance of walls for buildings", ed, (2007).
۱۵. مقدم،حسن، "مهندسی زلزله: مبانی و کاربرد"، تهران، (۱۳۸۷).
16. Deylami, A. and Moslehi Tabar, A., "Effect of column panel zone characteristics on instability of beams with RBS moment resisting connections", *Proceedings of 13th world conference on earthquake engineering,* (2004).
17. Zeynalian, M. and Ronagh, H., "An experimental investigation on the lateral behavior of knee-braced cold-formed steel shear walls", Thin-Walled Structures, vol. 51, pp. 64-75, (2012).
18. Wolfram Research, I., "Mathematica", vol. Version 9.0, ed. Champaign, Illinois Wolfram Research, Inc., (2012).